

1. (5 punti)

I tassi d'interesse annui a 6 mesi negli Stati Uniti e in Italia sono, rispettivamente del 1.8% e del 1.4% (composto continuamente). Il prezzo spot dell'euro é di 1.25\$. Il prezzo future, con consegna fra 6 mesi, di 1.23\$. Quali opportunità d'arbitraggio si aprono?

2. (11 punti)

Il prezzo di un'azione é di 30\$. Ci si attende che in ciascuno dei due prossimi quadrimestri il prezzo salga del 3% o scenda del 4%. Il tasso d'interesse privo di rischio composto continuamente é del 3%.

- a) Qual'è il valore di una put europea con prezzo d'esercizio 30\$ e scadenza 8 mesi?
- b) Qual'è il valore di una put americana con stesso prezzo d'esercizio e stessa maturità?
- c) Un investitore ha venduto 1000 puts. Quale strategia di copertura deve mettere in atto? (Verificare la copertura)

3. (12 punti)

Un titolo che non paga dividendi ha un tasso di rendimento atteso (annuo) del 5% e una volatilità (annua) pari al 18%. Il tasso d'interesse privo di rischio é del 2% annuo. Oggi il prezzo dell'azione é di 30\$.

Un'istituzione finanziaria ha reso noto che offrirá un derivato, con scadenza $T = 12$ mesi, che pagherá alla scadenza $F(S_T) = F_1(S_T) + F_2(S_T)$ con $F_1(S_T) = (S_T - 30)_+$ e $F_2(S_T) = (S_T - 30)^2$, dove S_T é il prezzo dell'azione sottostante al tempo T .

- a) Utilizzare la valutazione neutrale verso il rischio per calcolare il prezzo del derivato oggi.
- b) Utilizzare la valutazione neutrale verso il rischio per calcolare il prezzo $v(t, x)$ al tempo t se $S_t = x$.
- c) Determinare il delta del portafoglio di copertura, $\delta(t, x)$ al tempo t se $S_t = x$. Se l'istituzione finanziaria ha venduto 1000 derivati quante azioni deve avere al tempo $t = 0$ per coprirsi dal rischio?

4. (5 punti)

Scrivere e dimostrare la "put-call parity" relativa ad opzioni europee scritte su titoli che non pagano dividendi.