

1. (6 punti)

Il prezzo oggi di un titolo che offre un dividendo di 10\$ tra 3 e 6 mesi é di 50\$. Il tasso d'interesse privo di rischio é del 3% annuo.

a) Qual'é il prezzo future del titolo a 9 mesi? Qual'e il valore oggi del contratto?

b) Dopo 4 mesi il prezzo del titolo é sceso a 45\$. Qual'é in quel momento il valore unitario del contratto future?

2. (11 punti)

Il prezzo di un'azione é di 30\$. Ci si attende che in ciascuno dei due prossimi quadrimestri il prezzo salga del 3% o scenda del 4%. Il tasso d'interesse privo di rischio composto continuamente é del 3%.

a) Qual'é il valore di una call europea con prezzo d'esercizio 30\$ e scadenza 8 mesi?

b) Qual'é il valore della corrispondente put europea?

c) Un investitore ha venduto 1000 calls. Quale strategia di copertura deve mettere in atto? (Verificare la copertura)

3. (12 punti)

Un titolo che non paga dividendi ha un tasso di rendimento atteso (annuo) del 6% e una volatilità (annua) pari al 20%. Il tasso d'interesse privo di rischio é del 3% annuo. Oggi il prezzo dell'azione é di 29\$.

Un'istituzione finanziaria ha reso noto che offrirá un derivato, con scadenza $T = 12$ mesi, che pagherá alla scadenza $F(S_T) = F_1(S_T) + F_2(S_T)$ con $F_1(S_T) = \frac{30}{S_T}$ e $F_2(S_T) = 5I_{\{S_T > 28\}}$, dove S_T é il prezzo dell'azione sottostante al tempo T .

b) Utilizzare la valutazione neutrale verso il rischio per calcolare il prezzo del derivato oggi.

c) Utilizzare la valutazione neutrale verso il rischio per calcolare il prezzo $v(t, x)$ del derivato di payoff $F_1(S_T)$ al tempo t se $S_t = x$.

d) Verificare che $v(t, x)$ risolve l'equazione di valutazione di Black & Scholes.

4. (4 punti) Determinare e disegnare il payoff finale (in funzione del prezzo dell'azione S_T) del portafoglio costituito da 1 azione lunga e due calls corte scritte sulla stessa azione maturitá T e prezzo d'esercizio $k = S_0$. Assumere il prezzo della call $c = 2\$, S_0 = 20\$$ e il tasso d'interesse privo di rischio $r = 0$. Per quali valori di S_T si avrá un profitto?