

**1.** (6 punti)

Il prezzo oggi di un titolo che offre un dividendo di 10\$ tra 3, 6 e 9 mesi, é di 50\$. Il tasso d'interesse privo di rischio é del 3% annuo.

- a) Qual'é il prezzo future del titolo a 12 mesi? Qual'e il valore oggi del contratto?
- b) Dopo 4 mesi il prezzo del titolo é sceso a 45\$. Qual'é in quel momento il valore unitario del contratto future?

**2.** (11 punti)

Il prezzo di un'azione é di 40\$. Ci si attende che in ciascuno dei due prossimi semestri il prezzo salga del 2% o scenda del 2%. Il tasso d'interesse privo di rischio composto continuamente é del 2%.

- a) Qual'é il valore di un derivato di payoff  $F(S_T) = (1.600 - S_T^2)_+$  (put scritta su  $S^2$ ) e scadenza 12 mesi?
- b) Un investitore ha venduto 100 derivati . Quale strategia di copertura deve mettere in atto? (Verificare la copertura)

**3.** (12 punti)

Un titolo che non paga dividendi ha un tasso di rendimento atteso (annuo) del 6% e una volatilità (annua) pari al 30%. Il tasso d'interesse privo di rischio é del 2% annuo. Oggi il prezzo dell'azione é di 50\$.

Un'istituzione finanziaria ha reso noto che offrirá un derivato, con scadenza  $T = 9$  mesi, che pagherá alla scadenza  $F(S_T) = F_1(S_T) + F_2(S_T)$  con  $F_1(S_T) = \ln(S_T)$  e  $F_2(S_T) = 10I_{\{S_T > 52\}}$ , dove  $S_T$  é il prezzo dell'azione sottostante al tempo  $T$ .

- a) Utilizzare la valutazione neutrale verso il rischio per calcolare il prezzo del derivato oggi.
- b) Utilizzare la valutazione neutrale verso il rischio per calcolare il prezzo  $v(t, x)$  del derivato al tempo  $t$  se  $S_t = x$ .
- c) Se l'istituzione ha venduto 1000 derivati di payoff  $F_1$  quante azioni deve acquistare/vendere al tempo  $t = 0$  per coprirsi dal rischio?

**4.** (4 punti) Determinare e disegnare il payoff finale  $V_T$  (in funzione del prezzo dell'azione  $S_T$ ) del portafoglio costituito da 2 azioni e 2 puts scritte sulla stessa azione maturitá  $T$  e prezzo d'esercizio  $k = S_0$ . Assumere il prezzo della call  $p = 3\$, S_0 = 30\$$  e il tasso d'interesse privo di rischio  $r = 0$ . Confrontare  $V_T$  con il payoff  $V_T^1$  del portafoglio costituito dalle sole 2 azioni, determinare per quali valori di  $S_T$  si ha che  $V_T \geq V_T^1$  e da un confronto grafico dedurre il vantaggio di detenere le 2 puts.