

Definizione di $E(X)$, il valore atteso di X :

$$E(X) = x_1 p_1 + \dots + x_n p_n = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

Il valore atteso di una variabile casuale è la media pesata dei suoi possibili valori, dove i pesi sono le probabilità relative a ciascun valore.

Definizione di $E(X)$, il valore atteso di X :

$$E(X) = x_1 p_1 + \dots + x_n p_n = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

Nota che la somma delle probabilità deve essere pari a 1.

VALORE ATTESO DI UNA VARIABILE CASUALE

x_i

x_1

x_2

x_3

x_4

x_5

x_6

x_7

x_8

x_9

x_{10}

x_{11}

Questa sequenza mostra come il valore atteso viene calcolato, prima in astratto e poi con la variabile casuale definita in precedenza. Iniziamo con l'elencare tutti i possibili valori di X .

VALORE ATTESO DI UNA VARIABILE CASUALE

| x_i | p_i |
|----------|----------|
| x_1 | p_1 |
| x_2 | p_2 |
| x_3 | p_3 |
| x_4 | p_4 |
| x_5 | p_5 |
| x_6 | p_6 |
| x_7 | p_7 |
| x_8 | p_8 |
| x_9 | p_9 |
| x_{10} | p_{10} |
| x_{11} | p_{11} |

Poi indichiamo le probabilità legate ai diversi valori di X .

VALORE ATTESO DI UNA VARIABILE CASUALE

| x_i | p_i | $x_i p_i$ |
|----------|----------|-----------|
| x_1 | p_1 | $x_1 p_1$ |
| x_2 | p_2 | |
| x_3 | p_3 | |
| x_4 | p_4 | |
| x_5 | p_5 | |
| x_6 | p_6 | |
| x_7 | p_7 | |
| x_8 | p_8 | |
| x_9 | p_9 | |
| x_{10} | p_{10} | |
| x_{11} | p_{11} | |

Poi definiamo una colonna in cui i valori vengono pesati con le probabilità.

VALORE ATTESO DI UNA VARIABILE CASUALE

| x_i | p_i | $x_i p_i$ |
|----------|----------|-----------|
| x_1 | p_1 | $x_1 p_1$ |
| x_2 | p_2 | $x_2 p_2$ |
| x_3 | p_3 | |
| x_4 | p_4 | |
| x_5 | p_5 | |
| x_6 | p_6 | |
| x_7 | p_7 | |
| x_8 | p_8 | |
| x_9 | p_9 | |
| x_{10} | p_{10} | |
| x_{11} | p_{11} | |

Facciamo questo per ogni valore separatamente.

VALORE ATTESO DI UNA VARIABILE CASUALE

| x_i | p_i | $x_i p_i$ |
|----------|----------|-----------------|
| x_1 | p_1 | $x_1 p_1$ |
| x_2 | p_2 | $x_2 p_2$ |
| x_3 | p_3 | $x_3 p_3$ |
| x_4 | p_4 | $x_4 p_4$ |
| x_5 | p_5 | $x_5 p_5$ |
| x_6 | p_6 | $x_6 p_6$ |
| x_7 | p_7 | $x_7 p_7$ |
| x_8 | p_8 | $x_8 p_8$ |
| x_9 | p_9 | $x_9 p_9$ |
| x_{10} | p_{10} | $x_{10} p_{10}$ |
| x_{11} | p_{11} | $x_{11} p_{11}$ |

Qui assumiamo che n , il numero dei possibili valori, è uguale a 11, ma potrebbe essere qualsiasi numero.

VALORE ATTESO DI UNA VARIABILE CASUALE

| x_i | p_i | $x_i p_i$ |
|----------|----------|-------------------------|
| x_1 | p_1 | $x_1 p_1$ |
| x_2 | p_2 | $x_2 p_2$ |
| x_3 | p_3 | $x_3 p_3$ |
| x_4 | p_4 | $x_4 p_4$ |
| x_5 | p_5 | $x_5 p_5$ |
| x_6 | p_6 | $x_6 p_6$ |
| x_7 | p_7 | $x_7 p_7$ |
| x_8 | p_8 | $x_8 p_8$ |
| x_9 | p_9 | $x_9 p_9$ |
| x_{10} | p_{10} | $x_{10} p_{10}$ |
| x_{11} | p_{11} | $x_{11} p_{11}$ |
| | | $\Sigma x_i p_i = E(X)$ |

Il valore atteso è dato dalla somma dei valori che si trovano nella terza colonna.

VALORE ATTESO DI UNA VARIABILE CASUALE

| x_i | p_i | $x_i p_i$ | x_i | p_i |
|-------------------------|----------|-----------------|-------|-------|
| x_1 | p_1 | $x_1 p_1$ | 2 | 1/36 |
| x_2 | p_2 | $x_2 p_2$ | 3 | 2/36 |
| x_3 | p_3 | $x_3 p_3$ | 4 | 3/36 |
| x_4 | p_4 | $x_4 p_4$ | 5 | 4/36 |
| x_5 | p_5 | $x_5 p_5$ | 6 | 5/36 |
| x_6 | p_6 | $x_6 p_6$ | 7 | 6/36 |
| x_7 | p_7 | $x_7 p_7$ | 8 | 5/36 |
| x_8 | p_8 | $x_8 p_8$ | 9 | 4/36 |
| x_9 | p_9 | $x_9 p_9$ | 10 | 3/36 |
| x_{10} | p_{10} | $x_{10} p_{10}$ | 11 | 2/36 |
| x_{11} | p_{11} | $x_{11} p_{11}$ | 12 | 1/36 |
| $\Sigma x_i p_i = E(X)$ | | | | |

La variabile casuale X definita nelle precedenti slide può assumere qualsiasi valore tra 2 e 12 con le probabilità che abbiamo riportato sopra.

VALORE ATTESO DI UNA VARIABILE CASUALE

| x_i | p_i | $x_i p_i$ | x_i | p_i | $x_i p_i$ |
|-------------------------|----------|-----------------|-------|-------|-----------|
| x_1 | p_1 | $x_1 p_1$ | 2 | 1/36 | 2/36 |
| x_2 | p_2 | $x_2 p_2$ | 3 | 2/36 | |
| x_3 | p_3 | $x_3 p_3$ | 4 | 3/36 | |
| x_4 | p_4 | $x_4 p_4$ | 5 | 4/36 | |
| x_5 | p_5 | $x_5 p_5$ | 6 | 5/36 | |
| x_6 | p_6 | $x_6 p_6$ | 7 | 6/36 | |
| x_7 | p_7 | $x_7 p_7$ | 8 | 5/36 | |
| x_8 | p_8 | $x_8 p_8$ | 9 | 4/36 | |
| x_9 | p_9 | $x_9 p_9$ | 10 | 3/36 | |
| x_{10} | p_{10} | $x_{10} p_{10}$ | 11 | 2/36 | |
| x_{11} | p_{11} | $x_{11} p_{11}$ | 12 | 1/36 | |
| $\Sigma x_i p_i = E(X)$ | | | | | |

X potrebbe essere uguale a 2 con probabilità pari a 1/36.

VALORE ATTESO DI UNA VARIABILE CASUALE

| x_i | p_i | $x_i p_i$ | x_i | p_i | $x_i p_i$ |
|-------------------------|----------|-----------------|-------|-------|-----------|
| x_1 | p_1 | $x_1 p_1$ | 2 | 1/36 | 2/36 |
| x_2 | p_2 | $x_2 p_2$ | 3 | 2/36 | 6/36 |
| x_3 | p_3 | $x_3 p_3$ | 4 | 3/36 | |
| x_4 | p_4 | $x_4 p_4$ | 5 | 4/36 | |
| x_5 | p_5 | $x_5 p_5$ | 6 | 5/36 | |
| x_6 | p_6 | $x_6 p_6$ | 7 | 6/36 | |
| x_7 | p_7 | $x_7 p_7$ | 8 | 5/36 | |
| x_8 | p_8 | $x_8 p_8$ | 9 | 4/36 | |
| x_9 | p_9 | $x_9 p_9$ | 10 | 3/36 | |
| x_{10} | p_{10} | $x_{10} p_{10}$ | 11 | 2/36 | |
| x_{11} | p_{11} | $x_{11} p_{11}$ | 12 | 1/36 | |
| $\Sigma x_i p_i = E(X)$ | | | | | |

La probabilità che x sia uguale a 3 è 2/36.

VALORE ATTESO DI UNA VARIABILE CASUALE

| x_i | p_i | $x_i p_i$ | x_i | p_i | $x_i p_i$ |
|-------------------------|----------|-----------------|-------|-------|-----------|
| x_1 | p_1 | $x_1 p_1$ | 2 | 1/36 | 2/36 |
| x_2 | p_2 | $x_2 p_2$ | 3 | 2/36 | 6/36 |
| x_3 | p_3 | $x_3 p_3$ | 4 | 3/36 | 12/36 |
| x_4 | p_4 | $x_4 p_4$ | 5 | 4/36 | 20/36 |
| x_5 | p_5 | $x_5 p_5$ | 6 | 5/36 | 30/36 |
| x_6 | p_6 | $x_6 p_6$ | 7 | 6/36 | 42/36 |
| x_7 | p_7 | $x_7 p_7$ | 8 | 5/36 | 40/36 |
| x_8 | p_8 | $x_8 p_8$ | 9 | 4/36 | 36/36 |
| x_9 | p_9 | $x_9 p_9$ | 10 | 3/36 | 30/36 |
| x_{10} | p_{10} | $x_{10} p_{10}$ | 11 | 2/36 | 22/36 |
| x_{11} | p_{11} | $x_{11} p_{11}$ | 12 | 1/36 | 12/36 |
| $\Sigma x_i p_i = E(X)$ | | | | | |

VALORE ATTESO DI UNA VARIABILE CASUALE

| x_i | p_i | $x_i p_i$ | x_i | p_i | $x_i p_i$ |
|-------------------------|----------|-----------------|--------|-------|-----------|
| x_1 | p_1 | $x_1 p_1$ | 2 | 1/36 | 2/36 |
| x_2 | p_2 | $x_2 p_2$ | 3 | 2/36 | 6/36 |
| x_3 | p_3 | $x_3 p_3$ | 4 | 3/36 | 12/36 |
| x_4 | p_4 | $x_4 p_4$ | 5 | 4/36 | 20/36 |
| x_5 | p_5 | $x_5 p_5$ | 6 | 5/36 | 30/36 |
| x_6 | p_6 | $x_6 p_6$ | 7 | 6/36 | 42/36 |
| x_7 | p_7 | $x_7 p_7$ | 8 | 5/36 | 40/36 |
| x_8 | p_8 | $x_8 p_8$ | 9 | 4/36 | 36/36 |
| x_9 | p_9 | $x_9 p_9$ | 10 | 3/36 | 30/36 |
| x_{10} | p_{10} | $x_{10} p_{10}$ | 11 | 2/36 | 22/36 |
| x_{11} | p_{11} | $x_{11} p_{11}$ | 12 | 1/36 | 12/36 |
| $\Sigma x_i p_i = E(X)$ | | | 252/36 | | |

Per ottenere il valore atteso, occorre sommare gli elementi che si trovano nell'ultima colonna.

VALORE ATTESO DI UNA VARIABILE CASUALE

| x_i | p_i | $x_i p_i$ | x_i | p_i | $x_i p_i$ |
|-------------------------|----------|-----------------|--------------|-------|-----------|
| x_1 | p_1 | $x_1 p_1$ | 2 | 1/36 | 2/36 |
| x_2 | p_2 | $x_2 p_2$ | 3 | 2/36 | 6/36 |
| x_3 | p_3 | $x_3 p_3$ | 4 | 3/36 | 12/36 |
| x_4 | p_4 | $x_4 p_4$ | 5 | 4/36 | 20/36 |
| x_5 | p_5 | $x_5 p_5$ | 6 | 5/36 | 30/36 |
| x_6 | p_6 | $x_6 p_6$ | 7 | 6/36 | 42/36 |
| x_7 | p_7 | $x_7 p_7$ | 8 | 5/36 | 40/36 |
| x_8 | p_8 | $x_8 p_8$ | 9 | 4/36 | 36/36 |
| x_9 | p_9 | $x_9 p_9$ | 10 | 3/36 | 30/36 |
| x_{10} | p_{10} | $x_{10} p_{10}$ | 11 | 2/36 | 22/36 |
| x_{11} | p_{11} | $x_{11} p_{11}$ | 12 | 1/36 | 12/36 |
| $\Sigma x_i p_i = E(X)$ | | | $252/36 = 7$ | | |

Il valore atteso è 7. Questo è ovvio, in quanto nelle precedenti slide abbiamo visto che la distribuzione è simmetrica attorno a 7.

Notazione alternativa per $E(X)$:

$$E(X) = \mu_X$$

Spesso il valore atteso di una variabile casuale viene indicato con μ , la lettera greca m .